



**OFICyna
EDUKACYJNA**
KRZYSZTOF PAZDRO

Próbný egzamin maturalny

MATEMATYKA. Poziom podstawowy 2024/2025

Czas pracy: 180 minut

Maksymalna liczba punktów: 50

Zadanie 1. (0–1)

Liczby x_1 i x_2 są różnymi rozwiązaniami równania $|15 - 5x| = 20$, przy czym $x_1 < x_2$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $(x_1 - x_2)(2x_1 + x_2)$ jest równa

- A. (-40) B. (-14) C. 3 D. 8

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{\left(4 + \frac{1}{2}\right)^{2025}}{2^{2023} \cdot \left(2 + \frac{1}{4}\right)^{2024}}$ jest równa

- A. 4 B. 7 C. 8 D. 9

Zadanie 3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyrażenie $\log_{13} 2197 - 2\log 1000 + 3\log_{3\sqrt{3}} 9$ jest równe

- A. -3 B. 1 C. $3 + \sqrt{3}$ D. -2

Zadanie 4. (0–1)

Liczba półpierwsza to *liczba naturalna będąca iloczynem dokładnie dwóch, niekoniecznie różnych, liczb pierwszych*.

Przykładem liczb półpierwszych są liczby 21 oraz 49, ponieważ $21 = 3 \cdot 7$, $49 = 7 \cdot 7$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczbą półpierwszą nie jest liczba

- A. 33 B. 91 C. 95 D. 153

Zadanie 5. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Kwadrat wyrażenia $(1 - \sqrt{7})^2 - (\sqrt{7} + 1)^2$ jest równy

- A. 112 B. -112 C. $4\sqrt{7}$ D. $-4\sqrt{7}$

Zadanie 6. (0–2)

Udowodnij, że liczba $15n^2 + 75n + 90$ jest podzielna przez 30 dla każdej dodatniej liczby naturalnej n .

Zadanie 7. (0–2)

Na wydziale inżynieryjnym liczba studentów pracujących nad projektami związanymi z mechaniką stanowi 80% liczby studentów zajmujących się projektami z zakresu automatyki i robotyki. Gdyby do grupy studentów zajmujących się mechaniką dołączyły jeszcze 3 osoby, to liczba tych studentów zrównałaby się z liczbą studentów zajmujących się automatyką i robotyką.

Oblicz, ilu studentów pracuje nad projektami z zakresu mechaniki? Zapisz obliczenia.

Zadanie 8. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$7 - \frac{5-2x}{3} \leq \frac{x-1}{2}$$

jest przedział

- A. $(-\infty, 35]$ B. $(-\infty, -35]$ C. $[-35, +\infty)$ D. $[35, +\infty)$

Zadanie 9. (0–2)

Rozwiąż nierówność

$$2(x^2 - 10) + 3x > x(x + 4) + 36$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 10. (0–1)

Odpowiedz na pytanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Ile różnych rozwiązań ma równanie $(x^2 - 9)(x^2 - x - 6)(2x^2 + 1) = 0$?

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Zadanie 11. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

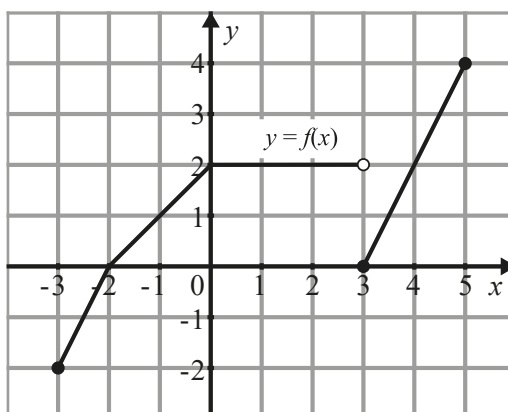
Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od $\left(-\frac{2}{3}\right)$, 0 oraz $\frac{2}{3}$ wartość wyrażenia

$\frac{x^2}{9x^2 - 4} : \frac{5x^3}{9x^2 - 12x + 4}$ jest równa wartości wyrażenia

- A. $\frac{5x}{15x^2 - 10x}$ B. $\frac{3x - 2}{15x^2 + 10x}$ C. $\frac{3x + 2}{15x^2 + 10x}$ D. $\frac{3x - 2}{15x^2 - 10x}$

Zadanie 12. (0–3)

Dana jest funkcja f , której wykres jest przedstawiony na rysunku poniżej.



Uzupełnij zdania. Wpisz odpowiednie przedziały w wy kropkowanych miejscach, aby zdania były prawdziwe.

1. Dziedziną funkcji f jest przedział
2. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział
3. Zbiorem wszystkich argumentów, dla których funkcja f jest stała, jest przedział

Zadanie 13. (0–1)

Dana jest funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = -3x + 4$, gdzie $x \in \mathbb{R}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wartości funkcji f na przedziale $[-2, 3]$ jest przedział

- A. $[-5, 5]$ B. $[-10, 5]$ C. $[-10, -5]$ D. $[-5, 10]$

Zadanie 14.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykresem funkcji kwadratowej f jest parabola, która przechodzi przez punkt o współrzędnych $(1, 5)$ oraz przecina oś odciętych w punktach o współrzędnych $(-2, 0)$ i $(6, 0)$.

Zadanie 14.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest rosnąca w przedziale

- A. $\left(-\infty, 5\frac{1}{3}\right]$ B. $(-\infty, 2]$ C. $[2, +\infty)$ D. $[5, +\infty)$

Zadanie 14.2. (0–2)

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Wzór funkcji f zapisano w odpowiedziach oznaczonych literami: oraz

A. $f(x) = \frac{1}{3}(x+2)(x-6)$

B. $f(x) = -\frac{1}{3}(x-2)(x+6)$

C. $f(x) = -\frac{1}{3}(x+2)(x-6)$

D. $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 4$

E. $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 4$

F. $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 4x + 3$

Zadanie 14.3. (0–1)

Funkcja kwadratowa h jest określona za pomocą funkcji f następująco: $h(x) = f(x+3)$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Funkcja h dla argumentu (-1) przyjmuje wartość najmniejszą.	P	F
Funkcja h ma dwa miejsca zerowe tych samych znaków.	P	F

Zadanie 15. (0–1)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem rekurencyjnym

$$\begin{cases} a_1 = -5 \\ a_{n+1} = 2 \cdot a_n + 3n \text{ dla każdej liczby naturalnej } n, n \geq 1 \end{cases}$$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Czwarty wyraz ciągu (a_n) jest równy (-7) .	P	F
Ciąg (a_n) nie jest ciągiem rosnącym, nie jest też ciągiem malejącym ani stałym.	P	F

Zadanie 16. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej n , $n \geq 1$, w którym $a_2 = 32$ oraz $a_5 = 4$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma $a_3 + a_6$ jest równa

- A. 18 B. 17 C. 16 D. 15,5

Zadanie 17. (0–2)

Oblicz, dla jakich x i y ciąg $(5, 2x + y, 3y + x, 20)$ jest arytmetyczny? Zapisz obliczenia.

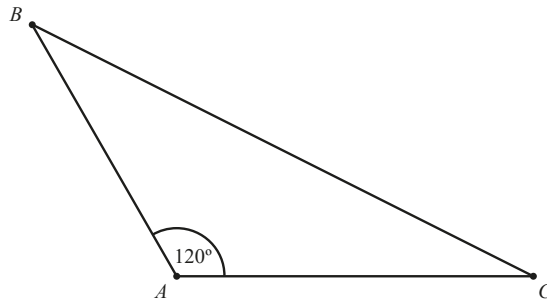
Zadanie 18. (0–2)

Dla pewnego kąta α , $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, cosinus α jest równy $-\frac{\sqrt{7}}{4}$.

Oblicz tangens α . Zapisz obliczenia.

Zadanie 19.

Dany jest trójkąt rozwartokątny ABC , w którym $|AB| = 10$ i $|AC| = 12$. Kąt BAC ma miarę 120° (zobacz rysunek).



Zadanie 19.1. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta ABC jest równe

- A. 30 B. 60 C. $30\sqrt{3}$ D. $60\sqrt{3}$

Zadanie 19.2. (0-1)

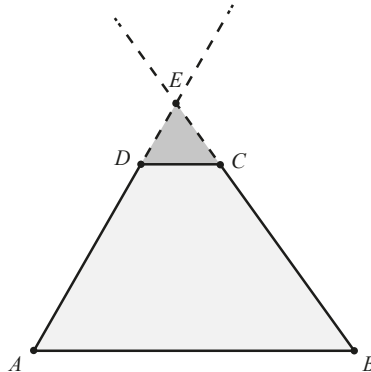
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Bok BC trójkąta ABC ma długość

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{124}$ B. $\sqrt{124}$ C. $\sqrt{91}$ D. $2\sqrt{91}$

Zadanie 20. (0-2)

W trapezie $ABCD$ o podstawach długości 12 i 4 ($AB \parallel CD$), przedłużono ramiona AD i BC tak, aby przecięły się w punkcie E (zobacz rysunek).



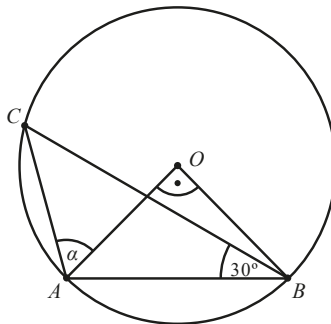
Pole powstałego w ten sposób trójkąta DCE jest równe 10.

Oblicz pole trapezu $ABCD$. Zapisz obliczenia.

Zadanie 21. (0-1)

Punkty A , B i C leżą na okręgu o środku w punkcie O .

Kąt AOB jest prosty, a miara kąta wpisanego ABC jest równa 30° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara α kąta CAO jest równa

- A. 105° B. 75° C. 60° D. 45°

Zadanie 22. (0-1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (-4, 1)$ oraz $B = (3, 4)$ są sąsiednimi wierzchołkami kwadratu $ABCD$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Przekątna kwadratu $ABCD$ długość

- A. $9\sqrt{2}$ B. $\sqrt{58}$ C. $\sqrt{116}$ D. $2\sqrt{58}$

Zadanie 23. (0-2)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są dwa punkty:

$$A = (3, 0) \text{ i } B = (7, -4).$$

Wyznacz równanie okręgu, którego średnicą jest odcinek AB . Zapisz obliczenia.

Zadanie 24. (0-1)

Przekątna sześcianu ma długość 12.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni całkowitej tego sześcianu jest równe

- A. 432 B. 288 C. $192\sqrt{3}$ D. 144

Zadanie 25. (0-1)

Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat o boku długości 10.

Krawędź boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość tego ostrosłupa jest równa

- A. $\frac{100}{3}$ B. 100 C. 1000 D. $\frac{1000}{3}$

Zadanie 26. (0-2)

Objętość walca o promieniu 6 jest równa 180π .

Oblicz pole powierzchni całkowitej tego walca. Zapisz obliczenia.

Zadanie 27. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych parzystych, w których zapisie dziesiętnym występują wyłącznie cyfry 0, 1, 2, 3 i 5, jest

- A. 64 B. 720 C. 1000 D. 2500

Zadanie 28. (0-2)

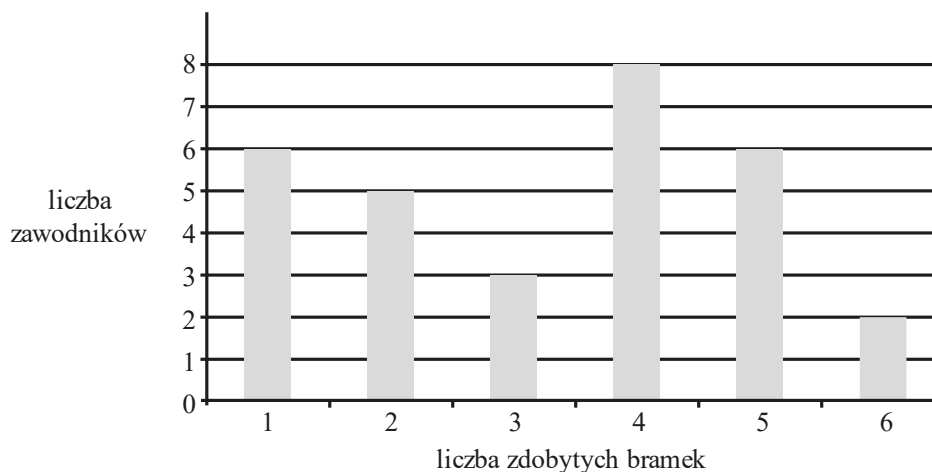
Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, które przy dzieleniu przez 10 dają resztę 1, losujemy jedną liczbę. Zakładamy, że wylosowanie każdej liczby jest jednakowo prawdopodobne. Niech A oznacza zdarzenie: *wylosujemy liczbę pierwszą*.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A . Zapisz obliczenia.

Zadanie 29.

Do szkolnego klubu piłkarskiego należy 30 uczniów. Trener zebrał dane dotyczące liczby bramek zdobytych przez tych uczniów w treningach na hali w styczniu 2025 roku.

Na poniższym wykresie przedstawiono wyniki zebrane przez trenera. Zawodnicy zdobywali od 1 do 6 bramek.

**Zadanie 29.1. (0–1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia arytmetyczna liczby zdobytych bramek przez uczniów jest równa

- A. 3,4 B. 3,3 C. 3,2 D. 3,1

Zadanie 29.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana liczby zdobytych bramek przez uczniów jest równa

- A. 3 B. 3,5 C. 4 D. 4,5

Zadanie 29.3. (0–1)

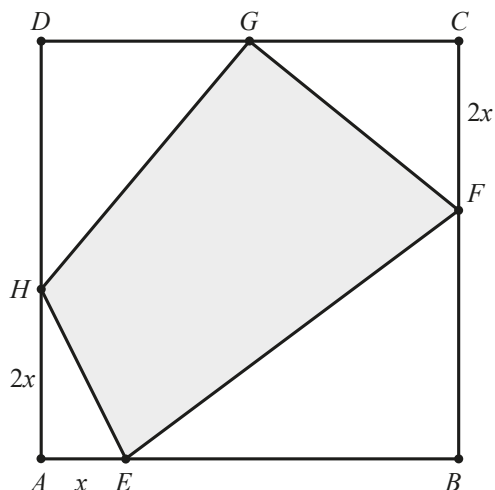
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dominanta liczby zdobytych bramek jest równa

- A. 8 B. 6 C. 4,5 D. 4

Zadanie 30. (0 – 4)

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku 8 cm. Rozważamy wszystkie czworokąty $EFGH$ o wierzchołkach należących do boków kwadratu $ABCD$, jak na rysunku, przy czym $|AH| = |CF| = 2|AE|$ oraz punkt G jest środkiem odcinka CD .



Wyznacz zależność pola P czworokąta $EFGH$ od $|AE| = x$ i podaj dziedzinę funkcji $P(x)$. Oblicz x , dla którego pole czworokąta $EFGH$ jest największe oraz oblicz to największe pole. Zapisz obliczenia.